

# アンサンブル予報におけるモデル誤差の影響についての予備的研究

小山博司 (北大・環境科学院)・渡部雅浩 (北大・地球環境科学研究所)

## 1 背景と目的

数値予報の予測精度を向上させるためにアンサンブル予報が用いられる。アンサンブル予報の種類には、初期値アンサンブル、モデルアンサンブル、境界値・外力アンサンブルがある。初期値アンサンブルの初期摂動の生成法の一つであるアンサンブル・カルマンフィルタ (Ensemble Kalman Filter: EnKF, Evensen 1994) は、初期摂動の生成だけでなくデータ同化を融合した手法である。EnKF の近年の研究では大気大循環モデルや実際の観測データへの適用など実用化へ向けた研究が行われている。しかし、EnKF の中長期予報への有効性や数値予報モデルにモデル誤差があるときの性質についてはまだまだ研究がなされていない。

一方、モデルアンサンブルは、数値予報モデルの不完全さへの対策を主な目的とするものであり、その種類には Stochastic physics 法、マルチパラメータ法、マルチパラメタリゼーション法、マルチモデル法などがある。このうち Stochastic physics 法 (Buizza et al. 1999 や Palmer 2001 など) は、パラメタリゼーション項全体に無作為な係数を掛ける手法で、欧州中期予報センター (ECMWF) などで現業の中期予報に用いられている。また、マルチパラメータ法は、複数の組合せのパラメータ係数の値を用いる手法で気候モデルで用いられている。これら 2 つの手法は共に一つのモデルかつ一つのパラメタリゼーションに対して適用可能なものである。

本研究の目的は、EnKF により生成された初期摂動を用いて、モデル誤差をもつ予報モデルにおける中長期予報 (週間から 1 ヶ月予報) の予報誤差の特徴を調べることである。また、モデルアンサンブルを導入し、その予報誤差の減少に対する有効性を調べる。

## 2 モデルと実験の設定

### 完全モデル

モデル誤差を含まないような完全モデルの式として、以下の様な Lorenz'96 モデル (Lorenz 1996) を使用する。

$$\frac{dx_i}{dt} = x_{i-1}(x_{i+1} - x_{i-2}) - x_i + F - \frac{hc}{b} \sum_{j=1}^N y_{i,j} \quad (1)$$

$$\frac{dy_{i,j}}{dt} = cy_{i,j+1}(y_{i,j-1} - y_{i,j+2}) - cy_{i,j} + \frac{hc}{b} x_i \quad (2)$$

ここで、添字  $i = 1, 2, \dots, M$ ,  $j = 1, 2, \dots, N$  は格子点を表し、 $h, c, b$  は定数パラメータ、 $F$  は強制である。 $x$  と  $y$  は共に周期境界条件 ( $x_{i-M} = x_i$ ,  $x_{i+M} = x_i$ ,  $y_{i+M,j} = y_{i,j}$ ,  $y_{i,j-N} = y_{i-1,j}$ ) を満たす。

### 不完全モデル

モデル誤差を含むような不完全なモデルを以下のようにして作成する。(1) 式の右辺最後の項

$$P_i \equiv -\frac{hc}{b} \sum_{j=1}^N y_{i,j} \quad (3)$$

を  $x_i$  とパラメータ係数  $\alpha, \beta$  を用いて表した項

$$\tilde{P}_i \equiv \alpha + \beta x_i \quad (4)$$

に置き換えることによって得られる

$$\frac{d\tilde{x}_i}{dt} = \tilde{x}_{i-1}(\tilde{x}_{i+1} - \tilde{x}_{i-2}) - \tilde{x}_i + F + \tilde{P}_i \quad (5)$$

を不完全モデルの式とする (Smith 2000, Orrell 2003)。ここで、「 $\tilde{\quad}$ 」は不完全モデルでの変数であることを示す。(3) を (4) に置き換える操作は  $y$  のパラメタリゼーションと考えることが出来る。

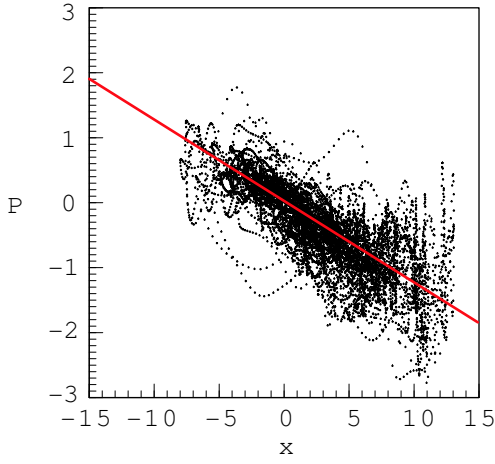


図 1:  $x_i$  と  $P_i$  の散布図を示す (黒点)。 $i = 1, 2, \dots, M$  の全ての  $i$  に対する結果がこの図に重ねて描かれている。赤線は、線形回帰をとった直線 ( $P_i = \alpha_c + \beta_c x_i$ ) である。完全モデル ( $M = 8, N = 4, F = 10, h = 1, c = 10, b = 10$ ) を使用して計算された。

## 実験の設定

変数の数を  $M = 8, N = 4$  とし、強制およびパラメータの値は  $F = 10, h = 1, c = 10, b = 10$  (Smith 2000, Orrell 2003, Roulston et al. 2003) とした。この設定の下では完全・不完全モデル共に解がカオス的な振舞いをする。また、 $x$  は  $y$  に比べて変動の振幅が大きく時間スケールも長い。大気大循環モデルに当てはめて考えると、 $x$  はグリッドスケールの予報変数、 $y$  はサブグリッドスケールの予報変数を表すと考えることができる。積分の時間間隔は  $x, y$  に対してそれぞれ 0.005, 0.0005 で、4 次の Runge-Kutta 法を用いて積分を行った。

完全モデルにおけるある初期値から始めた単独予報の時間発展を真値として定義し、観測値、解析値、予報値から真値を引いたものをそれぞれ観測誤差、解析誤差、予報誤差とする。また、真値に平均 0、標準偏差  $\sigma$  のガウシアンノイズを加えたものを観測値とする。

今回の実験では (4) 式のパラメータ係数  $\alpha, \beta$  の値として、長期間の  $x_i$  と  $P_i$  の時系列の線形回帰により得られる値  $\alpha_c = -0.0443, \beta_c = -0.118$  を用いた。図 1 は、黒点が  $x_i$  と  $P_i$  の散布図を、赤線が線形回帰をとった直線 ( $P_i = \alpha_c + \beta_c x_i$ ) を示している。このような  $\alpha_c, \beta_c$  の

値を用いた場合、完全モデルと不完全モデルの気候値は一致する。

## アンサンブル・カルマンフィルタの設定

EnKF の手法の一つである逐次的アンサンブル平方根フィルタ (Serial EnSRF, Whitaker and Hamill 2002) を用いた。初期値メンバー数は 50、 $x$  と  $y$  の観測誤差の標準偏差はそれぞれ 0.2、0.02 で観測は全ての格子点で得られるものとする。同化の時間間隔は 0.05 で、これは現実大気における 6 時間<sup>1</sup> を想定している。また、EnKF を安定して動作させるために、共分散膨張の動的推定法 (Miyoshi and Kalnay 2005) および共分散行列の局所化 (Gaspari and Cohn 1999) を適用している。

## 使用したモデルアンサンブル

この研究で用いた 2 種類のモデルアンサンブルについて説明する。

一つ目は、Stochastic physics 法と呼ばれる手法で以下のようにしてパラメタリゼーション項 (4 式) 全体に時間的にランダムな係数を掛けたものを考える (Buizza et al. 1999)。

$$(1 + wN_{(0,1)}^{(k)})\tilde{P}_i^{(k)} \quad (6)$$

ここで、 $(k)$  は第  $k$  番目のメンバーを、 $w$  は振幅を、 $N_{(0,1)}$  は平均 0、分散 1 のガウシアンノイズを表す。 $N_{(0,1)}^{(k)}$  は、メンバー間で違う値をとり、毎時間ステップ値が変化する。EnKF の同化予報サイクル内にも適用される。振幅  $w$  は以下の値を基準にその 1/8 倍から 8 倍の値を考える。

$$\sigma_P = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sigma_{P_i} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (P_i(t) - \tilde{P}_i)^2} \quad (7)$$

この値は (3) 式を (4) 式のようにパラメタリゼーションすることにより失われた時間的な標準偏差を表している。

<sup>1</sup>誤差の成長速度の観点からこのモデルでの時間 0.2 が現実大気の 1 日に相当することが知られている。今後はこの現実大気の時間に換算した時間を併せて示す。

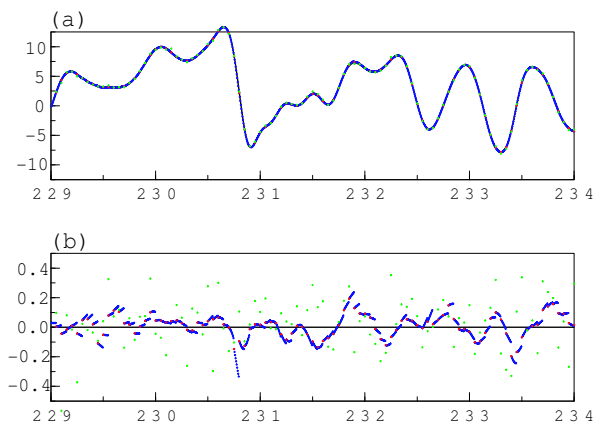


図 2: 完全モデルに EnKF を適用した結果。(a) が  $x_1$  の時系列を (b) が  $x_1$  の誤差の時系列を示す。黒点が真値、緑点が観測値、赤点が解析値、青点がアンサンブル予報値を表す。横軸は時間 (このモデルでの無次元時間) を表す。

二つ目は、マルチパラメータ法と呼ばれる手法で、パラメータ係数  $\alpha_c, \beta_c$  にパラメータ摂動 ( $\Delta\alpha \times l/L, \Delta\beta \times l/L$ ) を加えた複数 ( $l = 1$  から  $L$  まで) のパラメータ係数の組み合わせのそれぞれについて独立に初期値アンサンブル予報を行う。総メンバー数は初期値アンサンブル数  $K$  とモデルアンサンブル数  $L$  を掛けた  $K \times L$  になる。EnKF はパラメータ摂動を加えないパラメータ係数のモデルに対してのみ適用し、そこで得られる初期値アンサンブルをパラメータ摂動を加えた複数のモデルにおける共通の初期値アンサンブルとする。パラメータ摂動の大きさは以下の関係式により決定した。

$$\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\Delta\alpha + \Delta\beta x_i(t))^2} = \sigma_P \quad (8)$$

$$\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \left( \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\Delta\alpha + \Delta\beta x_i(t)) \right) = 0 \quad (9)$$

(8) 式はパラメータ摂動を与えたことによりパラメタリゼーション項の時間的な標準偏差が  $\sigma_P$  だけ増大する条件に、(9) 式はパラメータ摂動を与えてもパラメタリゼーション項の気候値は変化しない条件になっている。

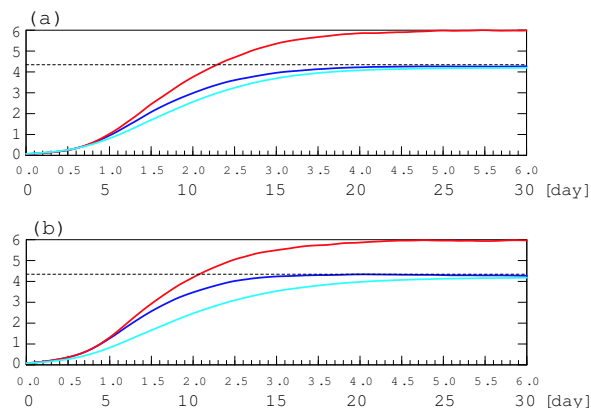


図 3: EnKF で生成された初期値から始めた 1ヵ月予報の結果。(a) が完全モデル、(b) が不完全モデルの場合である。黒線が気候値を用いた予報の RMSE、赤線がコントロールラン予報の RMSE、青線がアンサンブル平均予報の RMSE、水色線がスプレッドを表す。横軸は予報期間を表し、上段にこのモデルでの無次元時間、下段に現実大気に換算した時間が示されている。

### 3 結果

まず、完全モデルに EnKF を適用した結果を図 2 に示す。図 2a には真値 (黒点)、観測値 (緑点)、解析値 (赤点)、アンサンブル平均予報値 (青点) の計算開始から十分に時間が経過したある期間の時系列が示されている。それらの値がほとんど区別がつかないほど重なっており、EnKF が安定して動作していることがわかる。また、図 2b は、観測値、解析値、アンサンブル平均予報値のそれぞれの誤差 (真値との差) を表しており、観測値の誤差 (緑点) に比べて解析値の誤差 (赤点) がゼロに近い場合が多いことがわかる。長期間平均の値においても観測値の誤差の絶対値が 0.2 であるのに対して、解析値の誤差の絶対値は 0.065 と小さく同化が精度良く行われていることがわかる。

次に、EnKF で生成された初期値から始めた予報を 1ヵ月先まで延長して行った結果を示す。図 3a は、完全モデルにおける予報期間と RMSE (2 乗平均平方根誤差) およびスプレッド (メンバー間のばらつき) の関係を示している。3 年間の初期値から始めた結果を平均したものである。コントロールラン予報 (解析値から始めた単独予報) の RMSE (赤線) とアンサンブル

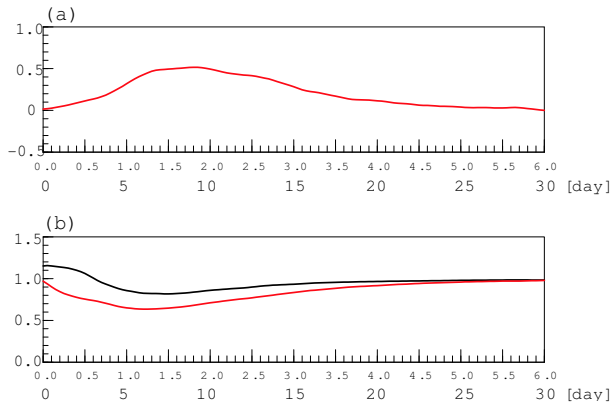


図 4: (a) はモデル誤差を、(b) はアンサンブル平均予報の RMSE/スプレッドを示しており、黒線が完全モデル、赤線が不完全モデルの結果である。横軸は予報期間を表し、上段にこのモデルでの無次元時間、下段に現実大気に換算した時間が示されている。

平均予報の RMSE(青線) が 5 日予報付近からずれ始めることから、初期値アンサンブルの有効性は 5 日予報以降から表れてくることが分かる。また、アンサンブル平均予報値の RMSE は 20 日予報付近で気候値を用いた予報の RMSE(黒線) に漸近することから、アンサンブル予報の限界は 20 日程度であると言える。アンサンブル平均予報の RMSE とスプレッド(水色線) が予報期間を通してほぼ同程度の大きさであることから、確率密度分布の推定が適切であると考えられる。一方、図 3b は、不完全モデルに対しての結果である。アンサンブル平均予報の RMSE(青線) は 15 日予報付近で気候値を用いた予報(黒線) に漸近することから、完全モデルの場合と比べてアンサンブル予報が限界となる期間は短いことがわかる。

次に、モデルが不完全であることにより生じる予報誤差(モデル誤差)を考える。図 4a は、不完全モデルの予報誤差から完全モデルの予報誤差を減じたものでモデル誤差を示している。モデル誤差は 8 日予報付近で最大となっていることがわかる。また、予報期間後半でモデル誤差がゼロに漸近するのは両モデルでの気候値が等しいためであると考えられる。図 4b は、完全モデルと不完全モデルのそれぞれにおけるアンサンブル平均予報の RMSE とスプレッドの比を示している。不完全モデルの場合(赤線)では

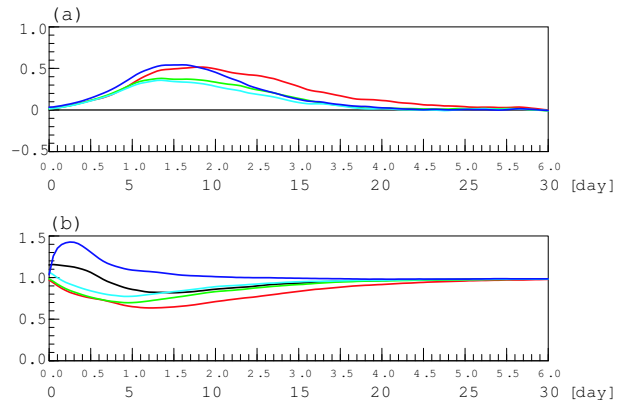


図 5: (a) はモデル誤差を、(b) はアンサンブル平均予報の RMSE/スプレッドを示している。黒線が完全モデルを、赤線が Stochastic physics 法を適用しない場合の不完全モデルの結果を、また、緑線、水色線、青線が Stochastic physics 法を適用した場合のそれぞれ振幅が 1/8 倍、1 倍、8 倍の結果である。横軸は予報期間を表し、上段にこのモデルでの無次元時間、下段に現実大気に換算した時間が示されている。

全予報期間を通してこの比が 1 より小さくなっており、確率密度分布の推定が上手くいっていないと考えられる。このような結果になる要因の一つとして不完全モデルのパラメタリゼーション項(4式)の時間変動のばらつきがパラメタリゼーションをする前の完全モデルの項(3式)のそれに比べて小さいことが考えられる。

そこで、モデルアンサンブルを導入することによりモデル誤差が減少するかどうかを調べる。まず、Stochastic physics 法を適用した結果を図 5 に示す。この図は図 4 と同様な図である。振幅が 1/8 倍(水色線)と 1 倍(緑線)の場合では 5 日予報以降で、8 倍の場合は 9 日予報以降で適用しない場合(赤線)に比べてモデル誤差が減少していることがわかる。また、振幅が 1/8 倍(水色線)と 1 倍(緑線)の場合では、アンサンブル平均予報の RMSE とスプレッドの比が全期間を通して適用しない場合に比べて 1 に近付いており、確率密度分布の推定が良くなっていると考えられる。ただし、振幅が 8 倍と大きい場合、9 日予報以前ではモデル誤差が増大していると共に RMSE とスプレッドの比も 1 よりかなり大きくなってしまっていることから、振幅が大きすぎると特に短い予報期間の予報に対して悪影響を与えていることがわかる。

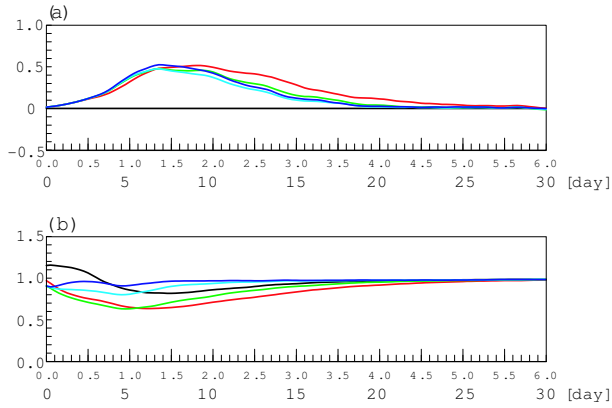


図 6: (a) はモデル誤差を、(b) はアンサンブル平均予報の RMSE/スプレッドを示している。黒線が完全モデルを、赤線がマルチパラメータ法を適用しない場合の不完全モデルの結果を、また、緑線、水色線、青色がマルチパラメータ法を適用した場合のそれぞれ振幅が 1/8 倍、1 倍、1.4 倍の結果である。横軸は予報期間を表し、上段にこのモデルでの無次元時間、下段に現実大気に換算した時間が示されている。

次に、マルチパラメータ法を適用した場合の結果を図 6 に示す。初期値アンサンブル数を 10、モデルアンサンブル数を 5 とし、総メンバーをこれまでの結果と同じ 50 メンバーにしている。振幅が 1/8 倍 (緑線)、1 倍 (水色線)、1.4 倍 (青線) のいずれの振幅の場合でも 7 日予報付近までは、適用しない場合 (赤線) に比べてモデル誤差が増大していることがわかる。これは初期値アンサンブル数が少ないことにより EnKF により推定される解析値と初期摂動の分布の推定精度が悪くなるためであると考えられる。しかし、8 日予報以降ではいずれの振幅の場合も適用しない場合に比べてモデル誤差が減少していることが分かる。RMSE とスプレッドの比もまた全期間を通して 1 に近付いており、確率密度分布の推定がより適切なものになっていると考えられる。

最後に、RMSE の振幅に対する依存性を示す。表 1、表 2 はそれぞれ Stochastic physics 法、マルチパラメータ法を適用した場合の EnKF の解析値の RMSE、アンサンブル平均の 5 日先、10 日先予報の RMSE の値を示したものである。Stochastic physics 法を適用した場合は、適用しない場合に比べて EnKF の解析値

の RMSE が減少している。これは EnKF の同化精度の向上に対しても Stochastic physics 法が有効である可能性を示唆している。また、いずれの手法の場合でもパラメタリゼーションにより失われたと推定される時間的な標準偏差 (7 式) と同程度の大きさの振幅を与えた場合が RMSE の減少に最適であると言える。

振幅	RMSE 解析値	RMSE 5 日予報	RMSE 10 日予報
適用なし	0.0802	1.27	3.48
1/8	0.0803	1.26	3.32
1/4	0.0796	1.25	3.30
1	0.0793	1.24	3.27
4	0.0877	1.27	3.30
8	0.0982	1.35	3.43

表 1: Stochastic physics 法を適用した場合。

振幅	RMSE 解析値	RMSE 5 日予報	RMSE 10 日予報
適用なし	0.0813	1.27	3.48
1/8	0.0813	1.32	3.42
1/4	0.0813	1.32	3.39
1	0.0813	1.32	3.35
1.4	0.0813	1.34	3.41
2	0.0813	1.40	3.50

表 2: マルチパラメータ法を適用した場合。

## 4 まとめ

EnKF を用いた解析予報サイクルのもとで、モデル誤差を含む Lorenz'96 モデルにおける 1 ヶ月先までの予報を行った。モデル誤差は 8 日予報付近で最大になった。2 通りのモデルアンサンブルを適用した結果、共に 9 日予報以降に対してアンサンブル平均の RMSE の減少および RMSE とスプレッドを同程度の大きさに近づけるために有効であることがわかった。

今後の課題は、モデルの不完全性の性質と有効なモデルアンサンブルの関係を明らかにすることに加えて、マルチパラメータ法において最適なパラメータ摂動を与える手法を見出すことである。さらに、こうした結果を大循環モデル

に反映し、EnKFにより生成される初期摂動の長期予報における有効性やモデル誤差を含む場合のEnKFの性質についても併せて調べて行きたい。

## 5 謝辞

今回の研究集会の参加にあたり、京都大学防災研究所より旅費の援助を受けました。感謝致します。図の作成にはDCL(地球流体電脳ライブラリ)を使わせて頂きました。

### 参考文献

- Buizza, R., M. Miller, and T.N. Palmer, 1999: Stochastic representation of model uncertainties in the ECMWF ensemble prediction system. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **125**, 2887–2908.
- Evensen, G., 1994: Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics. *J. Geophys. Res.*, **99** (C5), 10143–10162.
- Gaspari, G. and S. E. Cohn, 1999: Construction of correlation functions in two and three dimensions. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **125**, 723–757.
- Lorenz, E. 1996: Predictability - A problem partly solved. *Proc. Seminar on Predictability*, Shinfield Park, Reading, United Kingdom, European Centre for Medium-Range Weather Forecasting, 1–18.
- Miyoshi, T., 2005: Ensemble Kalman filter experiments with a primitive-equation global model. Doctoral dissertation, University of Maryland, College Park, 197pp.
- Miyoshi, T. and E. Kalnay, 2005: A technique to objectively estimate the covariance inflation parameter within ensemble Kalman filtering. Submitted to *Mon. Wea. Rev.*
- Orrell, D., 2003: Model error and predictability over different timescales in the Lorenz'96 systems. *J. Atmos. Sci.*, **60**, 2219–2228.
- Palmer, T.N., 2001 : A nonlinear dynamical perspective on model error: A proposal for non-local stochastic-dynamic parametrization in weather and climate prediction models. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **127**, 279–304.
- Roulston M. S., and L. A. Smith, 2003: Combining dynamical and statistical ensembles. *Tellus*, **55A**, 16–30.
- Smith, L. A., 2000: Disentangling uncertainty and error: On the predictability of nonlinear systems. *Nonlinear Dynamics and Statistics*, A. Mees, Ed., Birkhauser, 31–64.
- Whitaker, J. S. and T. M. Hamill, 2002: Ensemble data assimilation without perturbed observations. *Mon. Wea. Rev.*, **130**, 1913–1924.